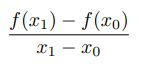
**Differentialrechnung**

**Differentialquotienten**

Die Sekante s an eine Funktion f : *R* → *R* durch die Punkte x0 ∈ *R* und x1 ∈ *R*, x0 ≠ x1 ist gegeben durch

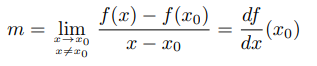
Ein Bild, das Text enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Sekanten können verwendet werden, um Tangenten anzunähern: Dazu lässt man die Punkte x0 und x1 immer weiter sich annähern.

Die Steigung der Tangente ist der Differentialquotient:

Differenzierbarkeit

Existiert für eine Funktion f : *I* → *R* auf einem offenen reellen Intervall *I* ⊆ R für ein bestimmtes x0 ∈ *I* der Grenzwert

so ist f an x0 differenzierbar und der Grenzwert der Differentialquotient df/dx an x0 bzw. ist die Ableitung von f an x0.

Ist f für jedes x0 ∈ *I* differenzierbar, so ist f auf *I* differenzierbar. Ist die so genannte Ableitung f0 auf *I* stetig, so ist f stetig differenzierbar.

Mittelwertsatz

Ist f : [a, b] → *R* eine stetige und differenzierbare Funktion, so gibt es eine Zwischenstelle xˆ ∈ (a, b), so dass f(b) − f(a) = f‘(ˆx)\*(b − a).

**Ableitungen und Ableitungsregeln**

Ein Bild, das Text enthält.

Automatisch generierte BeschreibungEin Bild, das Tisch enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Extremstellen

Eine Funktion f : [a, b] → *R* hat ein lokales Maximum oder lokales Minimum an einer Stelle x ∈ [a, b], wenn es eine Umgebung (c, d) ⊂ [a, b] um x ∈ (c, d) gilt, dass für alle x∗ ∈ (c, d) gilt, dass f(x) ≥ f(x∗) beziehungsweise f(x) ≤ f(x∗) gilt.

Hat eine stetig differenzierbare Funktion f : [a, b] → *R* an x ∈ (a, b) ein lokales Minimum oder lokales Maximum so gilt f‘(x) = 0.

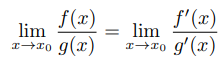
Sei eine Funktion f : [a, b] → R zweimal stetig differenzierbar und f‘(x) = 0 für ein x ∈ (a, b). Ist f‘‘(x) > 0, so hat f an x ein relatives Minimum. Ist f‘‘(x) < 0, so hat f an x ein relatives Maximum.

Ein Bild, das Text enthält.

Automatisch generierte BeschreibungNewton-Verfahren zur Nullstellensuche

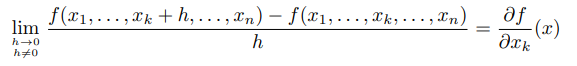
* Startwert nehmen
* Tangente berechnen
* Nullstelle x0 der Tangente berechnen
* Wenn f‘(x0) ≠ 0
* Dann x0 als neuen Startwert
* Wiederholen bis f‘(x0) = 0

Regel von l’Hospital

Ist *I* = (a, b) ein beschränktes Intervall und x0 ∈ *I*, sowie g, h : *I* → *R* zwei stetig differenzierbare Funktionen mit lim x→x0 f(x) = lim x→x0 g(x) = 0 und für alle x 6= x0 gilt g(x) ≠ 0 und g‘(x) ≠ 0. Dann gilt wenn der rechte Grenzwert existiert.

**Funktionen in mehreren Variablen**

Existiert für eine Funktion f : *I* → *R* in n Variablen auf einer offenen Menge *I* ⊆ *R* n für ein bestimmtes x = (x1, . . . , xn) ∈ *I* und ein k aus 1, . . . , n der Grenzwert

****

so ist f an x partiell nach xk differenzierbar.

Gradient

Ist eine Funktion an einem Punkt in allen Variablen partiell differenzierbar, so ist die Funktion in dem Punkt partiell differenzierbar und der Vektor der partiellen Ableitungen ist der Gradient

**Ein Bild, das Text, Whiteboard enthält.

Automatisch generierte Beschreibung**

* **Nach einer Variable ableiten die andere als Konstant betrachten**

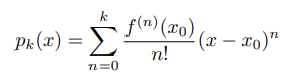
**Taylorreihe**

Eine Potenzreihe f(x) um den Entwicklungspunkt x0 ∈ R mit Konvergenzradius r ≥ 0 ist in ihrem Konvergenzbereich stetig differenzierbar und hat die Ableitung f‘(x) mit dem gleichen Konvergenzradius und Entwicklungspunkt.

Ein Bild, das Text, Uhr enthält.

Automatisch generierte BeschreibungEin Bild, das Text enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Sei f : [a, b] → *R* k-mal stetig differenzierbar und x0 ∈ (a, b). Dann ist pk(x) das Taylorpolynom von f im Entwicklungspunkt x0 mit k-ter Ordnung. Ist f sogar k + 1-mal stetig differenzierbar, so gilt f(x) = pk(x) + Rk(x, x0) mit mit xˆ ∈ (a, b), so dass das Restglied = Rk(x, x0) (bezeichnet als Lagrangesches Restglied).

